

## パソコンを利用した学生実験課題の開発研究

### —ボルダ振り子の振動周期に関する計測精度—

山岡 大<sup>1,2</sup> 藤原 忠夫<sup>1,2</sup>

## Development of physics education with a personal computer

### —On the measurement accuracy for the period of a Boulder's pendulum—

Masaru Yamaoka<sup>1,2</sup> and Tadao Fujiwara<sup>1,2</sup>

#### Abstract

We have developed the measurement system incorporating the optical sensor and the electric circuits, for measuring the acceleration of gravity in the exercises for students. It was previously reported that the method using the microcontroller in a periodic detection circuit demonstrated the measurement result of high accuracy for the acceleration of gravity. On the basis of our findings for the pulse width of synchronous pulse wave corresponding to the period of the pendulum the effect of the cycle of the external clock on measurement accuracy was examined this time.

The effect to the pulse width was investigated about four sorts of the cycles: 2.039msec, 4.079msec, 16.29msec, 130.9msec. As a result, the experimental values of the gravity acceleration in 2.039msec and 4.079msec showed to be in agreement with the measured value of publication, but those in 16.29msec and 130.9msec to be considerably different.

**Key words**: the acceleration of gravity, the exercises for students, a period of a Boulder's pendulum, the microcontroller, the cycle of the external clock.

#### はじめに

本学部の物理学実験（教科名：実験で知る物質の世界 I, II）では、初等力学の基礎である重力加速度の測定を実験課題の 1 つとしている。この実験では、ボルダの振り子を用い、振り子の振動周期を従来のストップウォッチに変えて、独自に研究・開発した電氣的計測器によって測定している。

筆者らは、この測定法による振動周期を高い精度で得るために、振り子の振動をトリガパル

ス波形の電気信号に変換し、それを波形整形した同期パルス波形について、そのパルス幅  $T_w$  を電氣的に計測する計測処理システムを研究・開発してきた<sup>1,2)</sup>。

この計測処理システムの電氣的振動周期計測器を構成するポート検出回路<sup>2)</sup>は、マイクロコントローラ（以後、PIC と略す）のポート状態を検出して同期パルス波形のパルス幅  $T_w$  を計測するもので、この回路を用いて得られる重力加速度  $g$  の測定値は  $9.7988 \text{ m/sec}^2$  で、この値は理科年表<sup>3)</sup>に記載の値（東京の緯度）と比較し

<sup>1</sup> 日本大学歯学部物理学教室

<sup>2</sup> 日本大学歯学部総合歯学研究所歯学教育研究部門

〒101-8310 東京都千代田区神田駿河台 1-8-13

(受理: 2004 年 9 月 24 日)

<sup>1</sup> Department of Physics, Nihon University School of Dentistry

<sup>2</sup> Division of Dental Education, Dental Research Center, Nihon University School of Dentistry

1-8-13 Kanda-Surugadai, Chiyoda-ku, Tokyo 101-8310, Japan

て有効数字3桁まで一致することを見出した。このことから、ボルダ振り子の振動周期を高い精度で測定する上で、ポート検出回路が非常に優れていることを報告した<sup>2)</sup>。

そこで、今回、同期パルス波形のパルス幅  $T_w$  の計測に用いるポート検出回路について、その構成部の1つである外部クロックの周期を変化させたとき、それがパルス幅  $T_w$  の計測値そして振り子の振動周期と重力加速度  $g$  の測定値にどのような影響を及ぼすかについて検討する実験を行った。

### 実験装置

実験装置は、図1の計測処理システム構成図に示すボルダ振り子周期検出装置のポート検出回路<sup>2)</sup>について、図2に示すように外部クロック

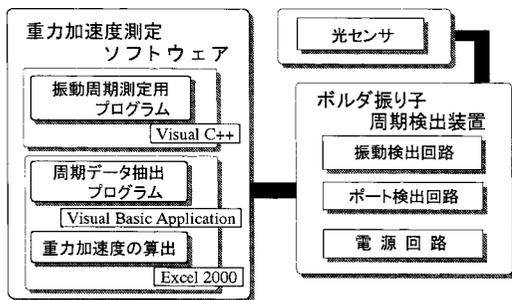


図1 計測処理システム構成図

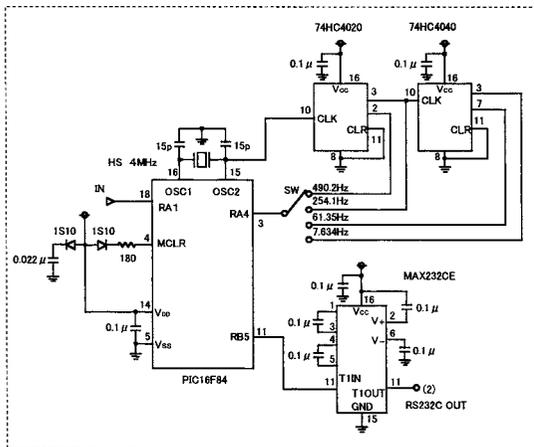


図2 改良を加えたポート検出回路

ク周波数を基準値である 244 Hz, その 2 倍, 1/4 倍, 1/32 倍 計4種の周波数を可変的に出力するための一部改良を行った。すなわち、図2中に示す PIC (PIC16F84) の OSC1, OSC2 端子に付加したレゾネータ出力端子の OSC2 側の出力端子に、14 ステージのバイナリ・リップル・カウンタ (以後、74HC4020 と略す) の CLK 端子を接続し、その 2 番端子と 3 番端子から、外部クロックの原発信周波数 4 MHz<sup>4)</sup> の 1/2<sup>13</sup>, 1/2<sup>14</sup> の各周波数を出力した。さらに、74HC4020 の 3 番端子に、12 ステージのバイナリ・リップル・カウンタ (以後、74HC4040 と略す) の CLK 端子を接続し、その 3 番端子と 7 番端子から、4 MHz の 1/2<sup>19</sup>, 1/2<sup>16</sup> の各周波数を出力した<sup>5,6)</sup>。

この 74HC4020 と 74HC4040 から出力される 4 種の外部クロックの正確な周波数は、Tektronix 社製デジタル・ストレージ・オシロスコープ (TDA 2012) で測定して得た。その結果、74HC4020 の 2 番端子と 3 番端子から出力される周波数は 490.2 Hz, 245.1 Hz で、外部クロック周期はそれぞれ 2.039 msec, 4.079 msec であった。また、74HC4040 の 7 番端子と 3 番端子からは周波数 61.35 Hz, 7.634 Hz が出力され、外部クロック周期はそれぞれ 16.29 msec, 130.9 msec であった。なお、この 4 種の外部クロック周期は、図2中のジャンパスイッチ (SW) で切り替えられる構成とした。

計測データを処理する重力加速度ソフトウェア<sup>2)</sup>については、ポート検出回路の一部改良に対応して Microsoft Visual C++ で記述した振動周期測定用プログラムに加筆・修正を行い、用いた。なお、使用したパソコンは Dell 社製 Inspiron (PP01L) で、OS は WindowsXP である。

実験に供したボルダ振り子は中村理科機器社製ボルダの振り子 (VP-40N) で、その金属球の半径は 0.0205 m, 金属球に取り付ける金属線の

長さは 1.4220 m とした。

### 実験方法

ボルダ振り子の周期を求めるための振り子の振れ幅は、従来と同様<sup>1,2)</sup>、光センサの光軸を中心に左右約 0.5 cm に調整した。この振り子の振動周期を振動周期検出回路<sup>2)</sup>で同期パルス波形に変換し、そのパルス幅  $T_w$  を今回あらたに改良したポート検出回路で計測した。すなわち、外部クロックの 4 種の周期 2.039 msec, 4.079 msec, 16.29 msec, 130.9 msec それぞれについて同期パルス波形のパルス幅  $T_w$  を求めた。

振り子の振動周期は、先の報告<sup>2)</sup>と同様に WindowsXP 上で起動するプログラムによって処理し、外部クロックの各周期について 20 回の測定を繰り返して求めた。また、重力加速度  $g$  の算出も、従来と同様の近似式<sup>1,2)</sup>に従って決定した。

### 結 果

表 1 に、外部クロックの各周期について得られた振り子の振動周期と重力加速度  $g$  の測定結果を示した。測定結果は振動周期および重力加速度いずれも平均値 ( $n=20$ ) とし、その確率誤差を求めた。

重力加速度  $g$  は、外部クロックの周期が長くなるに従い、理科年表に記載の東京での値  $9.7976319 \text{ m/sec}^2$  と比較して減少する傾向がみられた。また、測定結果は理科年表値にほぼ一致する値と、理科年表値とは大きく異なる値の

2 つに大別できた。すなわち、外部クロック周期 2.039 msec では  $9.7971 \pm 0.0002 \text{ m/sec}^2$ 、4.079 msec では  $9.7988 \pm 0.0004 \text{ m/sec}^2$  で、理科年表値と比較して 2.039 msec では有効数字 4 桁、4.079 msec では有効数字 3 桁まで一致した。他方、外部クロック周期 16.29 msec, 130.9 msec ではそれぞれ  $9.7762 \pm 0.0002 \text{ m/sec}^2$ 、 $9.7722 \pm 0.0003 \text{ m/sec}^2$  で、理科年表値との一致は両者とも有効数字 2 桁であった。

振動周期と重力加速度の確率誤差は、振動周期では  $\pm 0.00003$  と  $\pm 0.00005$  で、重力加速度では  $\pm 0.0002 \sim \pm 0.0004$  の範囲で、いずれにおいても非常に小さい値であった。

### 考 察

ボルダ振り子の振動周期を電氣的に得るには、振動に同期した電気信号(同期パルス波形)に変換し、そのパルス波形の ON 状態, OFF 状態のそれぞれのパルス幅  $T_w$  を計測した後、その両者の和を求める必要がある。このことを踏まえ、先に PIC のポート状態を検出してパルス幅  $T_w$  を計測するポート検出回路を考案し、振動周期を求めた<sup>2)</sup>。

このポート検出回路では、まず図 3 の模式図に示すように、同期パルス波形(図 3 a)がポート検出用端子(以後、ポートと略す)に入力される。このときポートでは、同期パルス波形が TTL レベルの ON 状態 (5 V) あるいは OFF 状態 (0 V) のいずれの状態であるかが検出される。ついで、ポートが ON 状態の場合、その状

表 1 振動周期と重力加速度の測定結果

外部クロック 周期(msec)	2.039	4.079	16.29	130.9
振動周期 (sec)	$2.41088 \pm 0.00003$	$2.41067 \pm 0.00005$	$2.41345 \pm 0.00005$	$2.41395 \pm 0.00003$
重力加速度 $g$ ( $\text{m/sec}^2$ )	$9.7971 \pm 0.0002$	$9.7988 \pm 0.0004$	$9.7762 \pm 0.0002$	$9.7722 \pm 0.0003$

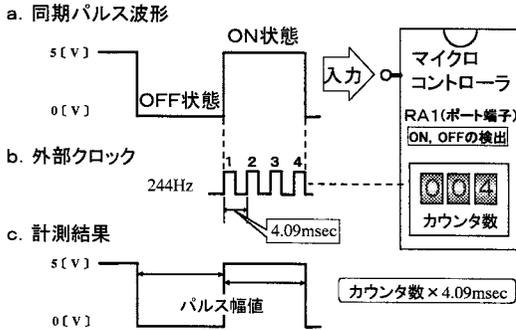


図3 ポート検出回路による同期パルス波形の  
パルス幅計測

態が保持されている間、ポート検出回路の外部クロック(図3b)を用い、PICに内蔵の8bitカウンタ(以後、カウンタと略す)で外部クロックの立ち上がりエッジの数をカウントし、カウント数を得る。そのうち、このカウント数に外部クロック(周波数244Hz)の周期(4.09msec)を乗じて同期パルス波形のパルス間隔 $T_w$ が決定される。つぎに、OFF状態についても同様の計測を行い、ON状態とOFF状態両者のパルス間隔 $T_w$ の和をとり、同期パルス波形の周期が求められる(図3c)。この一連のポート処理過程の中、たとえば図3bに示す同期パルス波形のON状態で、カウンタは外部クロックの立ち上がりエッジを検出するごとに1, 2, 3, …とカウントし、エッジの最終値である4をカウントしてカウント数を4とする。しかし、図3bにみられるように、同期パルス波形のON状態はカウント4の外部クロック・パルスの途中すなわちカウント5のエッジが立ち上がる前で終了するため、ON状態の間に含まれる外部クロックのパルス数の実際は整数値とは異なる。このため、外部クロックの周期に整数値であるカウント数を乗じてON, OF各状態のパルス間隔 $T_w$ とすることは、原波形の周期とは異なるパルス間隔 $T_w$ を与え、測定値に誤差が生じる原因となる。

このようにパルス幅 $T_w$ の計測精度は、ポート検出回路で用いる外部クロックの周期によることが考えられたため、筆者らは今回、外部クロックの異なる周期が、振り子の振動周期と重力加速度 $g$ にどのような影響を及ぼすかを検討するための実験を企図した。

本実験では、外部クロックの周期2.039msec, 4.079msec, 16.29msec, 130.9msecの4種について、各周期での重力加速度 $g$ の測定値を求めたが、理科年表値とほぼ一致する値と、理科年表値とは大きく異なる値の2つに大別された。これは、同期パルス波形のON状態、OFF状態のパルス幅 $T_w$ 約1secをどの程度の有効桁数で決定したかに起因している。すなわち、外部クロック周期2.039msec, 4.079msecでは、約1secのパルス幅 $T_w$ を有効数字4桁あるいは3桁の精度で計測したことで、重力加速度 $g$ の測定値が理科年表値とほぼ一致する値となった。他方、16.29msec, 130.9msecでは、同期パルス波形のパルス幅 $T_w$ の計測精度が有効数字2桁あるいは1桁に過ぎなかったため、振動周期の計測値が2.039msec, 4.079msecの場合と比べて約3msecの差が生じたため、重力加速度 $g$ の測定値が理科年表値とは大きく異ったものと考えられた。

外部クロック周期2.039msecと4.079msecの場合に得た重力加速度 $g$ の値を比較すると、理科年表値との一致は、2.039msecで有効数字4桁、4.079msecで有効数字3桁であった。重力加速度 $g$ の値は、外部クロック周期を2.039msec以下に短くすることで、より理科年表値に近づくことも考えられる。しかし、重力加速度 $g$ の値を近似式から求めたこと、ボルダ振り子の振動が楕円振動しやすいなどを考えれば、この実験系では理科年表値と有効数字4桁までの一致が限度と考えられる。

また、学生実験で扱う重力加速度 $g$ の値としても、正確さという点で十分満足できると考え

る。

### おわりに

ボルダ振り子の振動周期を高い精度で測定するために開発したポート検出回路は、重力加速度  $g$  の測定から、振動周期測定に優れていることが明らかであった。そこで、ポート検出回路を用いて振動周期を測定する上で、外部クロックに用いる周期が測定値にどのような影響を及ぼすかについて検討した。

その結果、2.039 msec と 4.079 msec の外部クロック周期で得た重力加速度  $g$  の値は、理科年表値と有効数字で 4 桁あるいは 3 桁まで一致することを認めた。しかし、外部クロック周期が 16.29 msec と 130.9 msec では、理科年表値と有効数字 2 桁までしか一致しなかった。

このことから、学生実験で扱う重力加速度  $g$  を得るための外部クロックの周期としては、2.039 msec あるいは 4.079 msec が十分満足できる測定値を与えることが考えられた。

本研究は、日本大学歯学部佐藤研究費の一部によった。

### 参考文献

- 1) 山岡大, 藤原忠夫: パソコンを利用した学生実験課題の開発研究 —A/D コンバータを用いた重力加速度の測定—; 日本大学歯学部研究紀要, 29, 1-7, 2001.
- 2) 山岡大, 藤原忠夫: パソコンを利用した学生実験課題の開発研究 —マイクロコントローラを用いた重力加速度の測定—; 日本大学歯学部研究紀要, 31, 1-7, 2003.
- 3) 国立天文台編: 理科年表; 丸善, 73, 890, 2000.
- 4) 村田製作所: CERAMIC RESONATOR アプリケーションマニュアル; cat. No. P 60-13, 29-31, 2002.
- 5) 湯山俊夫: デジタル IC 回路の設計; CQ 出版, 第 5 版, 153-158, 1988.
- 6) 藤たかし, 若原正年: 最新 C-MOSIC 規格表; CQ 出版, 44, 1988.